

Extraction et mesure d'informations topologiques d'images numériques

Laboratoire et équipe d'accueil : Laboratoire GREYC - UMR 6072, Équipe IMAGE

Encadrants : Yukiko Kenmochi (CR CNRS), Sébastien Fourey (MC ENSICAEN)

Adresses email : {yukiko.kenmochi,sebastien.fourey}@unicaen.fr

Collaborations : Nicolas Passat (PR Univ. Reims), Akinobu Shimizu (PR Tokyo Univ. Agricul. & Tech.)

Durée : 5-6 mois (et éventuelle poursuite en thèse)

Mots clés : Analyses d'images, Topologie discrète, Morphologie mathématique, Homologie persistente

Contexte et problématiques Dans de nombreuses applications de l'imagerie numérique, les transformations géométriques, telles que les translations, les rotations, les transformations affines, les difféomorphismes et les transformations conformes, sont souvent appliquées aux images numériques tout en souhaitant préserver certains éléments géométriques et topologiques [1, 2]. Bien qu'il existe diverses techniques pour de telles transformations d'images numériques, aucune d'entre elles ne s'abstrait de processus intermédiaires d'interpolation et de discrétisation [3] qui dégradent généralement la qualité géométrique et topologique des images [4, 5]. Les figures 1 et 2 illustrent, par exemple, des défauts topologiques et géométriques générés lors d'une rotation d'image binaire et, dans le cas d'images en niveaux de gris, par la composition de telles rotations.

Dans ce stage, nous nous concentrons sur les questions de préservation des informations topologiques, qui sous-tendent notamment d'autres informations géométriques. Ces problématiques topologiques en traitement d'images sont cruciales : bien comprendre la topologie des objets présents dans les images et assurer que cette topologie soit préservée après un traitement est une propriété souhaitée dans la plupart des applications de traitement d'images. Ces problématiques topologiques ont été peu considérées jusqu'à présent. Nous visons à quantifier de telles dégradations topologiques et à proposer de nouvelles méthodes qui préservent au mieux ces informations.

État de l'art et approches existantes Il existent trois approches différentes, qui sont liées à ce sujet : la topologie discrète (TD), l'analyse topologique de données (ATD), et la morphologie mathématique (MM).

Dans le cadre de TD [6, 1], la caractérisation de la topologie des images binaires a été largement étudiée, notamment pour faire le lien avec la préservation de ces caractéristiques topologiques lorsqu'une image subit une transformation [7]. Dans ce contexte, la mesure de qualité topologique associée aux transformations est souvent binaire (« tout ou rien »). Ceci contraste avec les mesures de qualité (donnant un score sur une échelle linéaire) classiquement utilisées en traitement d'images (PSNR, RMSE, etc.) pour les comparaisons au niveau

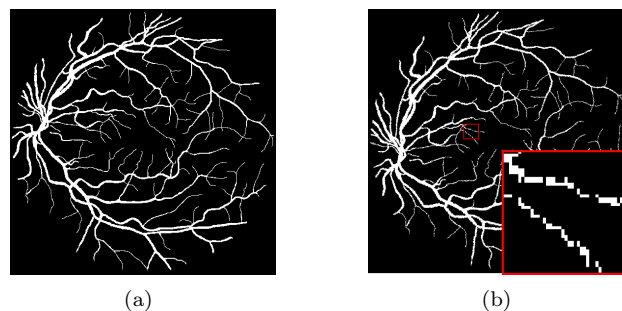


FIGURE 1 – (a) Une image rétinienne binaire et (b) sa rotation en utilisant une interpolation au plus proche voisin, qui ne préserve ni la topologie ni la géométrie de (a).

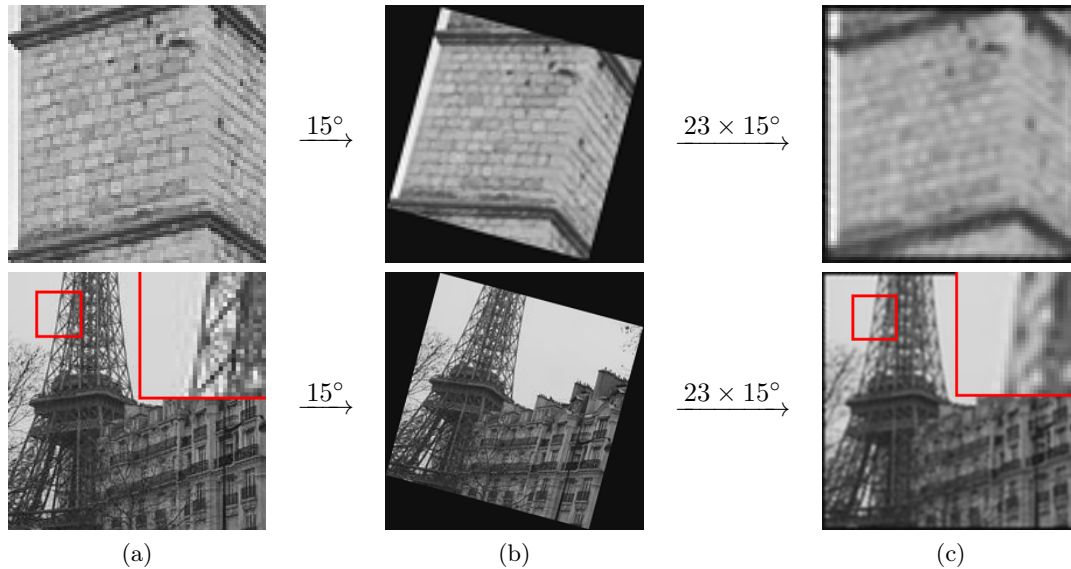


FIGURE 2 – (a) Deux images en niveaux de gris, (b) leur rotation de 15° et (c) le résultat après un total de 24 rotations de 15° (soit 360°). Toutes ces rotations utilisent une interpolation bicubique.

des pixels, mais qui ne s'appliquent pas dans un contexte topologique : ces mesures classiques ne prennent pas du tout en compte la forme des objets dans les images ni leur topologie.

D'une part, l'ATD a été récemment mais largement impliquée dans divers domaines afin d'étudier la forme et la structure des données [8]. Son outil principal est l'homologie persistante (HP), qui permet de trouver de « vraies » caractéristiques qui persistent pour un large éventail de paramètres de « durée de vie » ; les caractéristiques persistantes pour une plage étroite sont quant à elles présumées être du « bruit » (c'est-à-dire non pertinentes) [9]. Cela permet de quantifier et de comparer les caractéristiques topologiques des formes, en définissant la distance sur l'espace de représentation du HP, appelé le diagramme persistant (DP) [10]. Par ailleurs, un point notable est le coût élevé pour calculer une telle distance ; le calcul exact est en complexité cubique par rapport de la taille d'une HP et diverses méthodes d'approximation sont proposées [11]. Afin de calculer la HP d'un espace, ce dernier peut être modélisé par un complexe simplicial et une filtration de ce complexe doit être fournie. Dans le cas des images numériques, des complexes cubiques sont toutefois plus adaptés, comparativement aux complexes simpliciaux [12]. Cependant, peu d'études et de développements d'outils informatiques ont été réalisés ; l'adaptation de certains résultats initialement définis pour les complexes simpliciaux pourraient notamment être optimisés.

D'autre part, la MM [13], qui a été initialement développée pour les images binaires et ensuite généralisée aux images en niveaux de gris (puis multivaluées), est une théorie et une technique d'analyse des structures géométriques des données discrètes, et notamment des images numériques. D'un point de vue topologique, une structure arborescente, appelée arbre de composantes, modélise certaines caractéristiques topologiques des images en niveaux de gris [14]. Pour son calcul efficace, les arbres max et min, qui sont des représentations hiérarchiques des composantes connectés à l'échelle des niveaux de gris, jouent un rôle important [15] et des algorithmes efficaces pour résoudre les problèmes associés ont été étudiés. Dans ce cadre, la notion de dynamique [16] a également été étudiée. Elle mesure l'importance des extrema dans une image en niveaux de gris. En particulier, une équivalence entre la dynamique et la mesure de persistance homologique modélisable par les arbres de composantes a été récemment établie [17]. Cependant, les arbres de composantes ne peut traiter que les composantes connexes correspondant au premier et dernier nombres de Betti pour la dimension d'image considérée. Notamment, ils ne peuvent pas traiter certaines caractéristiques topologiques qui existent spécifiquement à partir de la dimension 3, telles que les tunnels qui correspondent au second nombre de Betti en dimension 3.

Objectifs et défi Ce stage aura pour objectif de développer des outils permettant de caractériser et quantifier finement le bon comportement, d'un point de vue topologique, de transformations appliquées sur des images

numériques non plus binaires mais à valeurs scalaires (niveaux de gris). Comme nous constatons qu'il existe des liens entre l'ATD et la MM, qui se complètent, nous explorerons d'abord les mesures topologiques existant dans le domaine de l'ATD, et viserons à compenser les faiblesses inhérentes à ces mesures en revisitant certaines approches de la MM. Munis de ces outils de quantification des altérations d'ordre topologique, nous nous intéresserons ensuite à la mise au point de méthodes de transformations qui visent à minimiser le « bruit topologique ».

Candidature Pour postuler, envoyer par email aux encadrants un dossier qui contient un CV, une lettre de motivation, les relevés de notes des deux dernières années de formation, et éventuellement des lettres de recommandation ou des noms de référence.

Références

- [1] Reinhard Klette and Azriel Rosenfeld. *Digital geometry: Geometric methods for digital picture analysis*. Morgan Kaufmann, 2004.
- [2] George Wolberg. *Digital Image Warping*. IEEE Computer Society Press, Washington, DC, USA, 1st edition, 1994.
- [3] Pascal Getreuer. Linear methods for image interpolation. *Image Processing On Line*, 1:238–259, 2011.
- [4] Nicolas Passat, Yukiko Kenmochi, Phuc Ngo, and Kacper Pluta. Rigid motions in the cubic grid: A discussion on topological issues. In *Discrete Geometry for Computer Imagery (DGCI)*, volume 11414 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 127–140, Marne-la-Vallée, France, 2019. Springer.
- [5] Phuc Ngo, Nicolas Passat, Yukiko Kenmochi, and Isabelle Debled-Rennesson. Geometric preservation of 2D digital objects under rigid motions. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 61:204–223, 2019.
- [6] Tat Yung Kong and Azriel Rosenfeld. Digital topology: Introduction and survey. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 48(3):357–393, December 1989.
- [7] Gilles Bertrand and Michel Couprie. Transformations topologiques discrètes. In Coeurjolly David, Montanvert Annick, and Chassery Jean-Marc, editors, *Géométrie discrète et images numériques*, pages 187–209. Hermès, 2007.
- [8] Herbert Edelsbrunner and John Harer. *Computational Topology - An Introduction*. American Mathematical Society, 2010.
- [9] Herbert Edelsbrunner, Letscher, David, and Zomorodian, Afra. Topological Persistence and Simplification. *Discrete & Computational Geometry*, 28(4):511–533, November 2002.
- [10] David Cohen-Steiner, Herbert Edelsbrunner, and John Harer. Stability of Persistence Diagrams. *Discrete & Computational Geometry*, 37(1):103–120, January 2007.
- [11] Michael Kerber, Dmitriy Morozov, and Arnur Nigmatov. Geometry Helps to Compare Persistence Diagrams. *ACM Journal of Experimental Algorithmics*, 22:1.4:1–1.4:20, September 2017.
- [12] Tomasz Kaczynski, Konstantin Michael Mischaikow, and Marian Mrozek. *Computational homology*. Springer, New York, 2004.
- [13] Jean Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, 1983.
- [14] Nicolas Passat and Benoît Naegel. Component-trees and multivalued images: Structural properties. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 49(1):37–50, 2014.
- [15] Edwin Carlinet and Thierry Géraud. A Comparative Review of Component Tree Computation Algorithms. *IEEE Transactions on Image Processing*, 23(9):3885 – 3895, September 2014.
- [16] Michel Grimaud. New measure of contrast: the dynamics. In Paul D. Gader, Edward R. Dougherty, and Jean C. Serra, editors, *Image Algebra and Morphological Image Processing III*, volume 1769, pages 292 – 305. International Society for Optics and Photonics, SPIE, 1992.
- [17] Nicolas Boutry, Thierry Géraud, and Laurent Najman. An Equivalence Relation between Morphological Dynamics and Persistent Homology in n-D. In *Proceeding of International Conference on Discrete Geometry and Mathematical Morphology, DGMM*, volume 12708 of *LNCS*, pages 525–537. Springer, 2021.